# केवल अभ्यास हेतु नमूना प्रश्न पत्र

**Sample question paper for practice only**

## हायर सेकेंडरी परीक्षा - 2027

**Higher Secondary Examination - 2027**

## विषय - उच्च गणित

## Subject - Higher Mathematics

**(Hindi and English Versions)**

| | |
|---|---|
| **Total Printed Pages : 11** | **Total Questions : 23** |
| **Time : 3 Hours** | **Maximum Marks : 80** |

**निर्देश :**

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न के लिए 1-1 अंक निर्धारित है।

(iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

(iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

(v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

(vi) प्रश्न क्रमांक 16 से 23 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(vii) जहाँ आवश्यक हो स्वच्छ एवं नामांकित चित्र बनाइए।

**Instructions :**

(i) All questions are compulsory.

(ii) Sub-questions of question numbers 1 to 5 carry 1 mark each.

(iii) Question numbers 6 to 15 carry 2 marks each.

(iv) Question numbers 16 to 19 carry 3 marks each.

(v) Question numbers 20 to 23 carry 4 marks each.

(vi) Internal choices are provided for question numbers 16 to 23.

(vii) Draw neat and clean labelled diagrams wherever required.

**1. सही विकल्प चुनकर लिखिए :** **(1x6 = 6)**

(i) मान लीजिए कि समुच्चय N में, $R = \{(a, b): a = b - 2, b > 6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R है, तब :

(a) $(2, 4) \in R$ (b) $(3, 8) \in R$

(c) $(6, 8) \in R$ (d) $(8, 7) \in R$

(ii) यदि $\sin^{-1}x = y$, तब :

(a) $0 \le y \le \pi$ (b) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

(c) $0 < y < \pi$ (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) अवकल समीकरण $(\frac{d^2y}{dx^2})^3 + (\frac{dy}{dx})^2 + \sin(\frac{dy}{dx}) + 1 = 0$ की घात है :

(a) 3 (b) 2

(c) 1 (d) परिभाषित नहीं

(iv) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$, तब $P(A/B)$ है :

(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$

(c) परिभाषित नहीं (d) 1

(v) यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, तब $x$ का मान है :

(a) 6 (b) ±6

(c) -6 (d) 0

(vi) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6$ cm पर त्रिज्या $r$ के सापेक्ष वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है :

(a) $10\pi$ (b) $12\pi$

(c) $8\pi$ (d) $11\pi$

**Choose and write the correct option :**

(i) Let R be the relation in the set N given by $R = \{(a, b): a = b - 2, b > 6\}$, then :

(b) $(2, 4) \in R$ (b) $(3, 8) \in R$

(c) $(6, 8) \in R$ (d) $(8, 7) \in R$

(ii) If $\sin^{-1}x = y$, then :

(a) $0 \le y \le \pi$ (b) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

(c) $0 < y < \pi$ (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) The degree of the differential equation $(\frac{d^2y}{dx^2})^3 + (\frac{dy}{dx})^2 + \sin(\frac{dy}{dx}) + 1 = 0$ is :

(a) 3 (b) 2

(c) 1 (d) not defined

(iv) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$, then $P(A/B)$ is :

(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$

(c) not defined (d) 1

(v) If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, then the value of $x$ is :

(a) 6 (b) ±6

(c) -6 (d) 0

(vi) The rate of change of the area of a circle with respect to its radius $r$ at $r = 6$ cm is :

(a) $10\pi$ (b) $12\pi$

(c) $8\pi$ (d) $11\pi$

**2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए : (1x6 = 6)**

(i) यदि A = {1, 2, 3}, तो (1, 2) को समाहित किए हुए तुल्यता संबंधों की संख्या ..... है।

(ii) एक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$, जहाँ $P$ और $Q$ अचर हैं या सिर्फ $x$ के फलन हैं, ..... अवकल समीकरण कहलाता है।

(iii) एक आव्यूह को ..... आव्यूह कहा जाता है यदि उसमें केवल एक स्तंभ हो।

(iv) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})$ =.....

(v) रेखा के समीकरण $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-4}$ का सदिश रूप .....है।

(vi) प्रत्येक अवकलनीय फलन .....है।

**Fill in the blanks :**

(i) If A = {1, 2, 3}, then the number of equivalence relations containing (1, 2) is/ are .....

(ii) A differential equation of the form $\frac{dy}{dx} + Py = Q$, where $P$ and $Q$ are constants or functions of $x$ only, is called a ..... differential equation.

(iii) A matrix is said to be a ..... matrix if it has only one column.

(iv) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})$ =.....

(v) The vector form of the equation of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-4}$ is.....

(vi) Every differentiable function is .....

**3. निम्नलिखित में सत्य/असत्य लिखिए :** **(1x6 = 6)**

(i) $f : X \to Y$ आच्छादक है, यदि और केवल यदि $f$ का परिसर = $Y$.

(ii) $\tan^{-1}(\tan \frac{3\pi}{5}) = \frac{3\pi}{5}$

(iii) दो वर्ग आव्यूहों A और B के लिए, $(AB)' = B'A'$.

(iv) ज्या (sine) फलन असंतत फलन होता है।

(v) अवकल समीकरण $\sqrt{x^2 + xy}\ \frac{dy}{dx} = x - 3y$ समघात है।

(vi) दूरी एक सदिश राशि है।

**Write True/False in the following :**

(i) $f : X \to Y$ is onto, if and only if Range of $f = Y$.

(ii) $\tan^{-1}(\tan \frac{3\pi}{5}) = \frac{3\pi}{5}$

(iii) For two square matrices A and B, $(AB)' = B'A'$.

(iv) The sine function is discontinuous.

(v) The differential equation $\sqrt{x^2 + xy}\ \frac{dy}{dx} = x - 3y$ is homogeneous.

(vi) Distance is a vector quantity.

**4. सही जोड़ी बनाइए :** **(1x7 = 7)**

| **स्तम्भ "A"** | **स्तम्भ "B"** |
|---|---|
| (i) $\int \tan x\, dx$ | (a) $\log\lvert\sec x + \tan x\rvert + c$ |
| (ii) $\int \cot x\, dx$ | (b) $\log\lvert\operatorname{cosec} x - \cot x\rvert + c$ |
| (iii) $\int \sec x\, dx$ | (c) 2 |
| (iv) $\int \operatorname{cosec} x\, dx$ | (d) 1 |
| (v) $\int_{-1}^{1}(x + 1)dx$ | (e) 0 |
| (vi) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^7 x\, dx$ | (f) $\log\lvert\sec x\rvert + c$ |
| (vii) $\frac{4}{\pi}\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ | (g) $\log\lvert\sin x\rvert + c$ |

**Match the columns :**

| **Column "A"** | **Column "B"** |
|---|---|
| (i) $\int \tan x \, dx$ | (a) $\log\lvert\sec x + \tan x\rvert + c$ |
| (ii) $\int \cot x \, dx$ | (b) $\log\lvert\operatorname{cosec} x - \cot x\rvert + c$ |
| (iii) $\int \sec x \, dx$ | (c) 2 |
| (iv) $\int \operatorname{cosec} x \, dx$ | (d) 1 |
| (v) $\int_{-1}^{1}(x+1)dx$ | (e) 0 |
| (vi) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin^7 x \, dx$ | (f) $\log\lvert\sec x\rvert + c$ |
| (vii) $\frac{4}{\pi}\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ | (g) $\log\lvert\sin x\rvert + c$ |

**5. एक शब्द/वाक्य में उत्तर लिखिए :** **(1x7 = 7)**

(i) $a^x$ का प्रतिअवकलज लिखिए।

(ii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - 3y = 2x$ का समाकलन गुणक लिखिए।

(iii) कोटि 3 के एक वर्ग आव्यूह A के लिए यदि $|kA| = 27|A|$ तब k का मान लिखिए।

(iv) कोटि 2×2 के सभी संभव आव्यूहों की संख्या लिखिए जिनकी सभी प्रविष्टियाँ 0 या 1 हैं।

(v) सह-आदिम सदिश को परिभाषित कीजिए।

(vi) यदि $P(B) = 0.5$ और $P(A \cap B) = 0.32$, तो $P(A/B)$ का मान लिखिए।

(vii) एक वृत्त की परिधि में परिवर्तन की दर लिखिए जिसकी त्रिज्या 0.7 cm/s की दर से बढ़ रही है।

**Write the answers in one word/sentence :**

(i) Write the anti-derivative of $a^x$.

(ii) Write the Integrating Factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - 3y = 2x$.

(iii) For a square matrix A of order 3, if $|kA| = 27|A|$, then write the value of k.

(iv) Write the number of all possible matrices of order 2×2 with each entry 0 or 1.

(v) Define Co-initial Vectors.

(vi) If $P(B) = 0.5$ and $P(A \cap B) = 0.32$, then write the value of $P(A/B)$.

(vii) Write the rate of change of the circumference of a circle whose radius is increasing at the rate of 0.7 cm/s.

**6.** सिद्ध कीजिए कि फलन $f : R \to R$, $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी आच्छादी है। **2**

Prove that the function $f : R \to R$, given by $f(x) = 2x$, is bijective.

**7.** $\tan^{-1}(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}})$, $0 < x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिए। **2**

Write $\tan^{-1}(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}})$, $0 < x < \pi$ in the simplest form.

**8.** $\tan^{-1}[2\cos(2\sin^{-1}\frac{1}{2})]$ का मान ज्ञात कीजिए। **2**

Find the value of $\tan^{-1}[2\cos(2\sin^{-1}\frac{1}{2})]$.

**9.** वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f$ वर्धमान है। **2**

Find the interval in which the function $f$ given by $f(x) = 2x^2 - 3x$ is increasing.

**10.** अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का सामान्य हल ज्ञात कीजिए। **2**

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.

**11.** सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ की दिशा में इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। **2**

Find the unit vector in the direction of the vector $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

**12.** यदि $\vec{a} = \hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए। **2**

Find $|\vec{a} \times \vec{b}|$, if $\vec{a} = \hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

**13.** उस रेखा की दिक्कोज्याएँ ज्ञात कीजिए जो निर्देशांक अक्षों के साथ समान कोण बनाती है। **2**

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes.

**14.** यदि $x = at^2$, $y = 2at$, $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। **2**

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = at^2$, $y = 2at$.

**15.** एक परिवर्तनशील घन की कोर 3 cm/s की दर से बढ़ रहा है। घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि किनारा 10 cm लंबा है? **2**

An edge of a variable cube is increasing at the rate of 3 cm/s. How fast is the volume of the cube increasing when the edge is 10 cm long?

**16.** **3**

समाकलन के उपयोग से, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

By using integration, find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

**अथवा/OR**

समाकलन के उपयोग से, वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

By using integration, find the area of the region bounded by the circle $x^2 + y^2 = 4$.

**17.** आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए : **3**

व्यवरोधों के अंतर्गत :

$x + y \leq 50$

$3x + y \leq 90$

$x \geq 0, y \geq 0$

$Z = 4x + y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically :

Subject to the constraints :

$x + y \leq 50$

$3x + y \leq 90$

$x \geq 0, y \geq 0$

Find the maximum value of $Z = 4x + y$.

**अथवा/OR**

आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

व्यवरोधों के अंतर्गत :

$x + 3y \geq 3$

$x + y \geq 2$

$x \geq 0, y \geq 0$

$Z = 3x + 5y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically :

Subject to the constraints :

$x + 3y \geq 3$

$x + y \geq 2$

$x \geq 0, y \geq 0$

Find the minimum value of $Z = 3x + 5y$.

**18.** एक थैले में 3 लाल और 4 काली गेंदें है जबकि एक अन्य थैले में 5 लाल और 6 काली गेंदें हैं। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई है जो कि लाल रंग की है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि यह गेंद दूसरे थैले से निकाली गई है ? **3**

A bag contains 3 red and 4 black balls while another bag contains 5 red and 6 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from the second bag.

**अथवा/OR**

यह दिया गया है कि दो पासों को फेंकने पर प्राप्त संख्याएँ भिन्न-भिन्न हैं। "दोनों संख्याओं का योग 4 होने की" प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Given that the two numbers appearing on throwing two dice are different. Find the probability of the event 'the sum of the numbers on the dice is 4'.

**19.** आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह और एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए। **3**

Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew-symmetric matrix.

**अथवा/OR**

$X$ तथा $Y$ ज्ञात कीजिए, यदि $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Find $X$ and $Y$, if $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

**20.** फलन $x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ को $x$ के सापेक्ष अवकलित कीजिए। **4**

Differentiate the function $x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ with respect to $x$.

**अथवा/OR**

यदि $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - (m + n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$

If $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} - (m + n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$.

**21.** $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। **4**

Evaluate $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)}\, dx$

**अथवा/OR**

$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x)\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x)\, dx$

**22.** यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^2 - 5A + 7I = O$ है। इसकी सहायता से $A^{-1}$ ज्ञात कीजिए। **4**

If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I = O$. Hence, find $A^{-1}$.

**अथवा/OR**

निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

Solve the following system of equations by the matrix method :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

**23.** रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। **4**

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

**अथवा/OR**

बिंदु $(1, 2, -4)$ से होकर जाने वाली और दोनों रेखाओं $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ और $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{5}$ पर लंब रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the vector equation of the line passing through the point $(1, 2, -4)$ and perpendicular to the two lines:

$\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{5}$.