केवल अभ्यास हेतु नमूना प्रश्न पत्र

Sample Question Paper for Practice only

हायर सेकेण्डरी परीक्षा –2024

Higher Secondary Examination –2024

विषय – उच्च गणित

Subject Name –Higher Mathematics

(Hindi & English Versions)

Total Question	Total Printed Pages	Time	Maximum Marks
23	12	3 Hour	80

निर्देश :

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं।

(iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 23 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(i) All questions are compulsory.

(ii) Question numbers 1 to 5 are objective type questions.

(iii) Internal options have been given in question numbers 6 to 23.

(1) सही विकल्प चुनकर लिखिए : **1x6=6**

i) फलन $f: R \to R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है तब –

a) f एकैकी आच्छादक है, b) f बहुएकक आच्छादक है

c) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है d) f न तो एकैकी है और न तो आच्छादक है।

ii) tan^{-1} की मुख्य शाखा का परिसर है –

a) $(0, \pi)$ b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

c) R d) $(0, 2\pi)$

iii) यदि $A = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो α का मान है –

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$

c) π d) $\frac{3\pi}{2}$

iv) $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$ का मान होगा –

a) 0 b) x

c) $x^2 + 1$ d) 1

v) यदि दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण θ है तो $|\vec{a}.\vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ जब θ बराबर है –

a) 1 b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) π

vi) यदि एक रेखा के दिक कोसाइन l, m, n है तो $\sqrt{(l^2 + m^2 + n^2)}$ का मान होगा –

a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Choose and write correct option -

(*i*) If function f defined by $f: R \to R$, $f(x) = x^4$ then

a) f is one-one onto b) f is many one onto

c) f is one-one but not onto d) f is neither one-one nor onto.

ii) Range of principal value of tan^{-1} is

a) $(0, \pi)$ b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ c) R d) $(0, 2\pi)$

iii) If $A = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$ then value of α is

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) π d) $\frac{3\pi}{2}$

iv) Value of $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$ is

a) 0 b) x c) $x^2 + 1$ d) 1

v) If angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is θ, $|\vec{a}.\vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ when θ is equal to –

a) 1 b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) π

vi) If direction cosine of a line are l, m, n then value of $\sqrt{(l^2 + m^2 + n^2)}$ is

a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए – 1x6=6

i) यदि समुच्चय A पर परिभाषित संबंध $R = A \times A$ तब R..... संबंध कहलाता है।

ii) $sin^{-1}(-\frac{1}{2})$ का मान..... होगा।

iii) यदि $A = A'$ तो A..... आव्यूह कहलाता है।

iv) यदि A, 3×3 का कोटि का वर्ग आव्यूह है तथा $|A| = 5$ तो $|adjA|$ का मान.....है।

v) $sin\sqrt{x}$ का अवकलन गुणांक ..... है।

vi) किसी वृत्त के क्षेत्रफल परिवर्तन की दर त्रिज्या के सापेक्ष.....होगी जबकि त्रिज्या 4 सेमी है।

Fill in the blanks -

i) If relation R = A × A defined on set A then relation R is called .....

ii) value of $sin^{-1}(-\frac{1}{2})$ is.....

iii) If A = A′ then matrix A is called.....

iv) If A is a square matrix of order 3×3 and $|A| = 5$ then value of $|adjA|$ is.....

v) Differential coefficient of $sin\sqrt{x}$ is.....

vi) Rate of change in area of any circle with respect to the radius, will be .... when radius is 4cm

(3) सत्य/असत्य लिखिए – **1x6=6**

i) समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R स्वतुल्य कहलाता है यदि प्रत्येक $a \in A$ के लिए $(a, a) \notin R$

ii) किसी वर्ग आव्यूह को एक सममित और एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में निरूपित किया जा सकता है ।

iii) प्रत्येक परिमेय फलन संतत होता है ।

iv) यदि E एवं F स्वतंत्र घटनाए है तो $P(E \cap F) = P(E).\ P(F)$

v) $xdy - ydx = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ एक समघात अवकल समीकरण है ।

vi) तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या तीन होती है।

Write true and false -

i) Relation R defined on set A is called reflexive when for every $a \in A$, $(a, a) \notin R$

ii) Any square matrix can represent in the form of addition of a symmetric and a skew symmetric matrix.

iii) Every rational function is a continuous function.

iv) If E and F are independent events then $P(E \cap F) = P(E).\ P(F)$

v) $xdy - ydx = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ is a homogeneous differential equation

vi) Number of arbitrary constants in particular solution of a differential equation of order three are 3.

(4) सही जोड़ी बनाइये – **1x7=7**

स्तम्भ अ	स्तम्भ ब
i) $\int \frac{1}{cos^2 x} dx$	a) $-cotx + c$
ii) $\int \frac{1}{sin^2 x} dx$	b) $tanx + c$
iii) $\int tan^2 x dx$	c) $-cotx - x + c$
iv) $\int cot^2 x dx$	d) $tanx - x + c$
v) $\int \frac{1}{secx} dx$	e) $-cosx + c$
vi) $\int \frac{1}{cosecx} dx$	f) $sinx + c$
vii) $\int \frac{sinx}{cosx} dx$	g) $-log\|cos^2 x\| + c$
	h) $log\|secx\| + c$
	i) $log\|sin^2 x\| + c$

Match the correct column -

Column A	***Column B***
i) $\int \frac{1}{cos^2 x} dx$	a) $-cotx + c$
ii) $\int \frac{1}{sin^2 x} dx$	b) $tanx + c$
iii) $\int tan^2 x dx$	c) $-cotx - x + c$
iv) $\int cot^2 x dx$	d) $tanx - x + c$
v) $\int \frac{1}{secx} dx$	e) $-cosx + c$
vi) $\int \frac{1}{cosecx} dx$	f) $sinx + c$
vii) $\int \frac{sinx}{cosx} dx$	g) $-log\|cos^2 x\| + c$
	h) $log\|secx\| + c$

	i) $log\|sin^2x\| + c$

(5) एक वाक्य/शब्द में उत्तर लिखिए – **1x7=7**

i) $\int \frac{sinx}{cos^2x}\,dx$ का मान लिखिए।

ii) $sinx$ किस अंतराल में वर्धमान फलन है लिखिए।

iii) $\frac{dy}{dx} + y = x$ का समाकलन गुणक लिखिए।

iv) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1$ का व्यापक हल लिखिए।

v) दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लम्बवत् होने की शर्त लिखिए।

vi) यदि $\vec{a}.\vec{b} = 0$ और $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ तो सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ बारे में आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते है लिखिए ।

vii) यदि P(E)=0.6 तथा $P(E \cap F) = 0.2$ तो $P(\frac{F}{E})$ ज्ञात कीजिए ।

Write answer in one word/sentence -

i) Write the value of $\int \frac{sinx}{cos^2x}$ dx

ii) Write in which interval *sinx* is an increasing function.

iii) Write integrating factor of $\frac{dy}{dx}$ + y = x.

iv) Write general solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = 1$

v) write the condition of perpendicularity of two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$

vi) If $\vec{a}.\vec{b} = 0$ and $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ then what result you can find about $\vec{a}$ and $\vec{b}$

vii) If P(E)=0.6 and $P(E \cap F) = 0.2$ then write the value of $P(\frac{F}{E})$

(6) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {12,3} मे $R = \{(1,2), (2,1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध सममित है किन्तु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है। **2**

Prove that relation given by R = (1,2), (2,1) in set {1,2,3} is symmetric but neither reflexive nor transitive

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक एकैकी फलन f: {1,2,3} → {1,2,3} अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है।

Prove that a one – one function f: {1,2,3} → {1,2,3} is necessarily onto

(7) दिए गये फलन को सरलतम रूप में लिखिए। **2**

$$tan^{-1}\sqrt{\frac{1-cosx}{1+cosx}}\ ,\ 0 < x < \pi$$

Write given function in the simplest form

$$tan^{-1}\sqrt{\frac{1-cosx}{1+c}}\ 0 < x < \pi$$

अथवा / OR

$tan^{-1}[2cos\ (2sin^{-1}\frac{1}{2})]$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $tan^{-1}[2\ \cos\ (2sin^{-1}\frac{1}{2})]$

(8) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए – **2**

$$tan^{-1}(1) + cos^{-1}(-\frac{1}{2}) + sin^{-1}(-\frac{1}{2})$$

Find the value of –

$$tan^{-1}(1) + cos^{-1}(-\frac{1}{2}) + sin^{-1}(-\frac{1}{2})$$

अथवा / OR

दिए गये फलन को सरलतम रूप में लिखिए –

$$tan^{-1}(\frac{cosx - sinx}{cosx + sinx})\ ,\ -\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$$

Write given function in the simplest form –

$$tan^{-1}(\frac{cosx-sinx}{cosx+sinx})\ ,\ -\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$$

(9) यदि $x = 2at^2$, $y = at^4$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। **2**

If $x = 2at^2$, $y = at^4$ then find $\frac{dy}{dx}$

अथवा / OR

$\frac{e^x}{sinx}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Find differentiation of $\frac{e^x}{sinx}$ with respect to x

(10) सिद्ध कीजिए कि R पर $f(x) = 3x + 17$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है। **2**

Prove that function on R given by $f(x) = 3x + 17$ is increasing

अथवा / OR

अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 2x^2 + 3x$ से प्रदत्त फलन f वर्धमान है।

Find interval in which function f given by $f(x) = 2x^2 + 3x$ is increasing.

(11) एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से $3cm/s$ की दर से बढ़ रही है ज्ञात कीजिए वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या 10सेमी है। **2**

Radius of a circle is increasing at the rate of $3\ cm/sec$ Find rate of increasing area of circle when radius of circle is 10cm

अथवा / OR

किसी उत्पाद की x इकाईयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय $R(x)$ रूपयों में $R(x) = 3x^2 + 26x + 15$ से प्राप्त है सीमांत आय ज्ञात कीजिए जब $x = 5$ है।

The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 3x^2 + 26x + 15$. Find the marginal revenue when $x = 5$

(12) अवकल समीकरण $x^5 \frac{dy}{dx} = -y^5$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। **2**

Find general solution of the differential equation $x^5 \frac{dy}{dx} = -y^5$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sqrt{(4 - y^2)}$, $(-2 < y < 2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \sqrt{(4 - y^2)}$, $(-2 < y < 2)$

(13) सदिश $\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। **2**

Find the unit vector in the direction of vector $\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$

अथवा / OR

सदिश $\hat{\imath} - \hat{\jmath}$ पर सदिश $\hat{\imath} + \hat{\jmath}$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ।

Find the projection of the vector $\hat{\imath} + \hat{\jmath}$ on the vector $\hat{\imath} - \hat{\jmath}$

(14) उस रेखा के दिक कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है। **2**

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes

अथवा / OR

बिन्दु $(1,2,3)$ से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ के समान्तर है।

Find the equation of the line which passes through the point $(1,2,3)$ and is parallel to the $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$

(15) यदि $(\vec{a} + \vec{b}).(\vec{a} - \vec{b}) = 8$ और $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$ हो तो $|\vec{a}|$ एवं $|\vec{b}|$ ज्ञात कीजिए। **2**

Find $|\vec{a}|$ and $|\vec{b}|$, if $(\vec{a} + \vec{b}).(\vec{a} - \vec{b}) = 8$ and $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$

अथवा / OR

यदि एक मात्रक सदिश $\vec{a}$ के लिए $(\vec{x} - \vec{a}).(\vec{x} + \vec{a}) = 12$ तो $|\vec{x}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a}$ is a unit vector and $(\vec{x} - \vec{a}).(\vec{x} + \vec{a}) = 12$, then find $|\vec{x}|$

(16) **3**

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो A तथा B का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find the product of A and B

अथवा / OR

यदि $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ तो X तथा Y ज्ञात कीजिए।

If $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ and $3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ then find X and Y

(17) वृत्त $x^2 + y^2 = 9$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **3**

Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 9$

अथवा / OR

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(18) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए: **3**

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$x + 3y \geq 10$; $3x + 4y \leq 24$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

$z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically:

Minimise $z = 200x + 500y$ subject to constraints:

$x + 3y \geq 10$; $3x + 4y \leq 24$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

अथवा / OR

आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए:

निम्न अवरोधों के अंतर्गत $z = 3x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए:

$x + y \leq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

Solve the following linear programming problem graphically:

Maximise $z = 3x + 4y$ subject to the constraints: $x + y \leq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(19) एक परिवार में दो बच्चे हैं यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है तो दोनों बच्चों के लड़का होने की क्या प्रायिकता है। **3**

A family has two children , what is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy.

अथवा / OR

एक न्याय्य पांसे को उछाला गया है घटनाओं $E = \{1,3,5\}$, $F = \{2,3\}$ और $G = \{2,3,4,5\}$ के लिए निम्न ज्ञात कीजिए–

$P(\frac{E}{G})$ और $P(\frac{G}{E})$

A fair die is rolled . Consider events $E = \{1,3,5\}$, $F = \{2,3\}$ and $G = \{2,3,4,5\}$ then find $P(\frac{E}{G})$ and $P(\frac{G}{E})$

(20) K के उस मान को ज्ञात कीजिए जिससे प्रदत्त फलन **4**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{kcosx}{\pi - 2x} & \text{यदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$ $x = \frac{\pi}{2}$ पर संतत हो।

Find the value of k for which given function.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{kcosx}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$ is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$

अथवा / OR

क्या $f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{यदि } x \leq 2 \\ 3 & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन एक संतत फलन है।

Is function defined by $f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{यदि } x \leq 2 \\ 3 & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$ is a continuous function.

(21) दिए गये समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए – **4**

$5x - 2y = 4$

$7x + 3y = -5$

Solve given system of equation by matrix method .

$5x - 2y = 4$

$7x + 3y = -5$

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तो प्रदर्शित कीजिए $A^2 - 4A + I = 0$ जहाँ I कोटि 2×2 तत्समक आव्यूह है, तथा 0 कोटि 2×2 का शून्य आव्यूह है। इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ then show that $A^2 - 4A + I = 0$ where I is an identity matrix of order 2×2 and 0 is a zero matrix of order 2×2 and hence find A^{-1}

(22) **4**

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt[3]{sinx}}{\sqrt[3]{sinx} + \sqrt[3]{cosx}}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt[3]{sinx}}{\sqrt[3]{sinx} + \sqrt[3]{cosx}}\, dx$

अथवा / OR

$\int x sin^{-1}x\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int x sin^{-1}x\, dx$

(23) निम्नलिखित रेखाओं के बीच की न्यूनतम् दूरी ज्ञात कीजिए– **4**

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$;

$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$

Find the shortest distance between following lines.

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$;

$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$

अथवा / OR

यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{4y-8}{8k} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{x-1}{3k} = \frac{2y-7}{2} = \frac{z-6}{-5}$ परस्पर लंब हो तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

If lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{4y-8}{8k} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k} = \frac{2y-7}{2} = \frac{z-6}{-5}$ are mutually perpendicular then find the value of k .